FORMULA DI VIETA

Sia $P(x)$ un polinomio di grado *n*, e siano r_1, r_2, r_3 le sue radici.
Per $1 \le k \le n$, definiamo S_k come:

$$S_k = \sum_{1 \le a_1 < a_2 < \ldots < a_k \le n} r_{a1} r_{a2} r_{a3} \ldots r_{ak}$$

Risulterà pertanto:

$$S_1 = r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_n$$

$$S_2 = r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_1 r_4 + r_2 r_3 + \ldots + r_{n-1} r_n$$

Se scriviamo il polinomio come:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$$

deduciamo che:

$$S_i = (-1)^i \cdot \frac{a_{n-1}}{a_n}$$

Passando dalla teoria alla pratica, risulteranno vere le seguenti relazioni per polinomi di grado *n* crescente:

$$P(x) = a_1 x + a_0 \Rightarrow r_1 = -\frac{a_0}{a_1}$$

$$P(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \Rightarrow \begin{cases} r_1 + r_2 = -\dfrac{a_1}{a_2} \\ r_1 r_2 = \dfrac{a_0}{a_2} \end{cases}$$

$$P(x) = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \Rightarrow \begin{cases} r_1 + r_2 + r_3 = -\dfrac{a_2}{a_3} \\ r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_3 r_1 = \dfrac{a_1}{a_3} \\ r_1 r_2 r_3 = -\dfrac{a_0}{a_3} \end{cases}$$